TD 1 : FIXATION DE LA NORME D'EFFICACITE ET DE L'IDEAL DE JUSTICE

A. CHOIX DU CRITERE D'EFFICACITE

Question 1.1.
Bentham (1781) : formule le but de l'économie du bien-être : « le plus grand bonheur du plus grand nombre ». L'allocation idéale est la maximisation de la somme des utilités individuelles.
Problème de cette approche : elle suppose une approche cardinale de l'utilité (attribution d'une valeur) et des comparaisons entre les utilités ressenties par différents individus (une unité d'utilité attribuée à un individu vaut autant qu'une unité attribuée à un autre individu).
= ancienne économie du bien-être (utilité mesurable cardinalement et comparable entre individus).

Pareto (1 siècle plus tard) : nouveau critère : une allocation est efficace s'il n'est pas possible d'augmenter le bien-être d'un individu sans réduire celui d'un autre au moins. Une approche ordinale (classement) de l'utilité suffit. On ne fait plus de comparaisons interpersonnelles d'utilité (reconnaissance que les utilités ressenties par les individus sont subjectives).
= nouvelle économie du bien-être (ordinalité + non-comparabilité)

L'économie publique traditionnelle retient ce dernier critère dans son analyse théorique.

Question 1.2.
Deux consommateurs ont les fonctions d'utilité suivantes :
$U^h = \log(x_1^h) + \log(x_2^h)$

<u>**a.** Calculez le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1.</u>
Le TMS est donné par le rapport des utilités marginales.
L'utilité marginale du bien 1 est : $\frac{\partial U^h}{\partial x_1^h} = \frac{1}{x_1^h}$

Et l'utilité marginale du bien 2 est : $\frac{\partial U^h}{\partial x_2^h} = \frac{1}{x_2^h}$.

Ainsi, $TMS_{21}^h = \frac{\frac{\partial U^h}{\partial x_1^h}}{\frac{\partial U^h}{\partial x_2^h}} = \frac{x_2^h}{x_1^h}$.

<u>**b.** En égalisant les TMS pour les deux consommateurs, définissez une allocation Pareto-efficace.</u>

$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2}$ Autrement dit, l'équilibre est Pareto-efficace quand les deux consommateurs ont la même quantité de bien 2 relativement au bien 1.

<u>**c.** Utilisez la réponse à la question b pour construire la courbe des contrats pour une économie avec 2 unités de bien 1 et 3 unités de bien 2.</u>

La courbe des contrats désigne la courbe reliant l'ensemble des optima de Pareto dans un diagramme d'Edgeworth. Elle sera donnée par les valeurs de x_1^1 et x_1^2 qui permettent l'égalité des TMS pour les deux consommateurs

On construit le diagramme d'Edgeworth – graphique qui permet de représenter les préférences et les dotations de deux individus sur un seul graphique (double système d'axes).

On exprime les dotations de l'individu 2 en fonction de celles de l'individu 1. Puisqu'il y a 2 unités de bien 1 dans l'économie, on peut écrire : $x_1^1 + x_1^2 = 2$ soit : $x_1^2 = 2 - x_1^1$
De même, avec 3 unités de bien 2 : $x_2^1 + x_2^2 = 3$ soit : $x_2^2 = 3 - x_2^1$

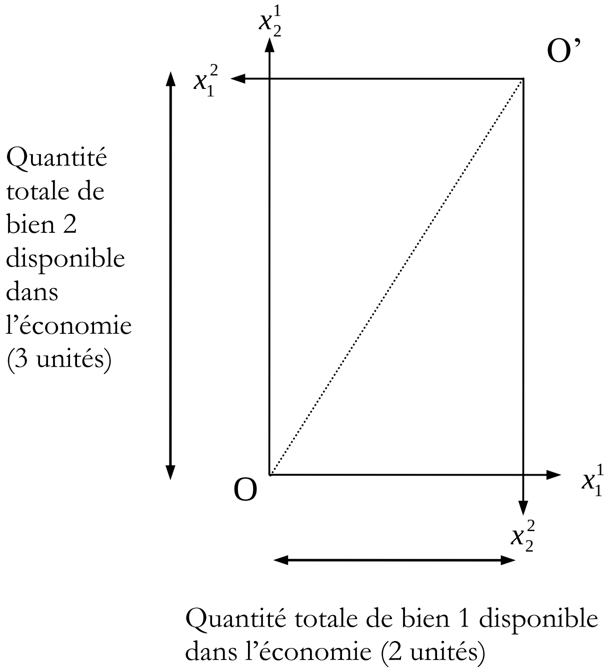
Pour obtenir l'équation de la courbe des contrats, on n'a qu'à reprendre l'égalité des TMS et tout exprimer à partir des dotations de l'individu 1 sous forme habituelle $x_2^1 = f(x_1^1)$:

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{3 - x_2^1}{2 - x_1^1}$$

Après simplification on obtient l'équation de la courbe des contrats :

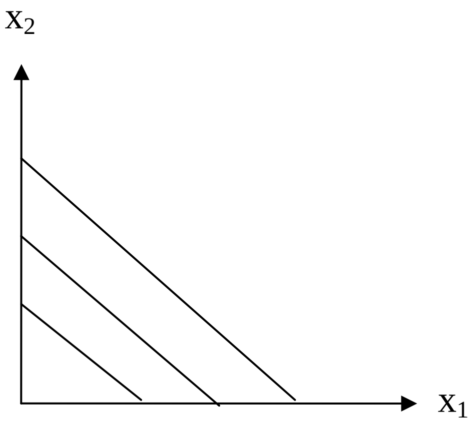
$$x_1^1(3 - x_2^1) = x_2^1(2 - x_1^1) \quad \Leftrightarrow \quad 3x_1^1 - x_1^1 x_2^1 = 2x_2^1 - x_2^1 x_1^1$$
$$\Leftrightarrow \quad 3x_1^1 = 2x_2^1$$
$$\Leftrightarrow \quad x_2^1 = \frac{3}{2} x_1^1$$

La courbe des contrats est donc une droite passant par l'origine du quadrant pour le consommateur 1 et ayant une pente de $\frac{3}{2}$.



Question 1.3.

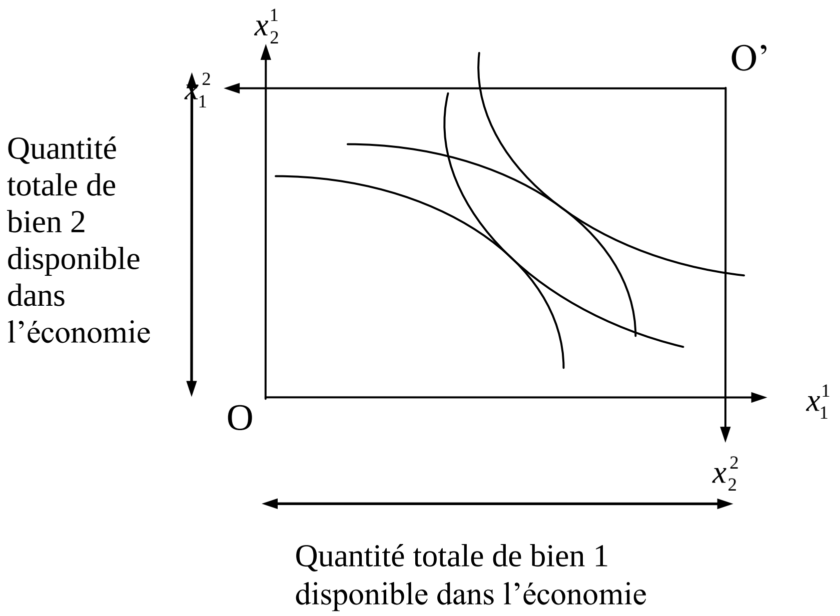
<u>**a.** Dessinez la courbe d'indifférence du consommateur.</u>
Si deux biens sont des substituts parfaits, ils sont parfaitement équivalents pour le consommateur : une unité de bien 1 procure la même utilité qu'une unité du bien 2. Les courbes d'indifférence sont des droites de pente (-1).

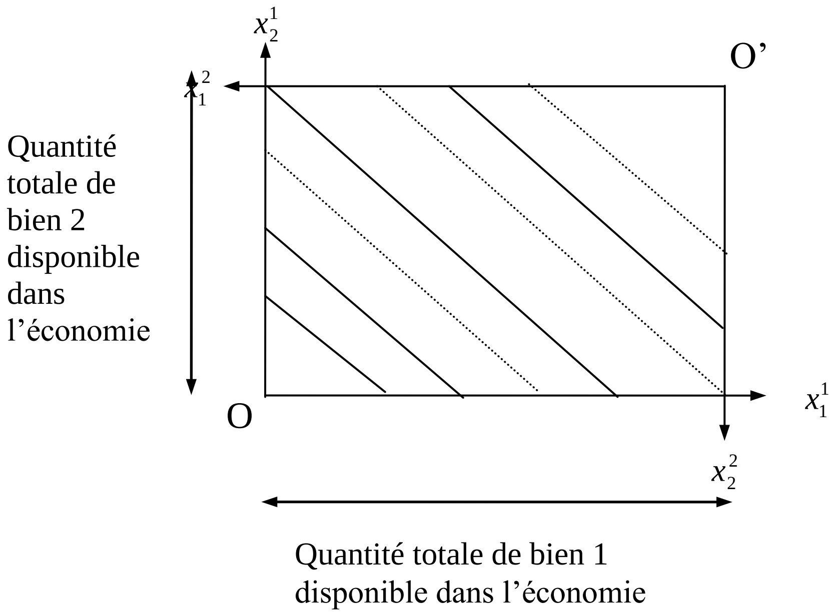


<u>**b.** Si l'économie est composée de deux consommateurs, montrez que n'importe quelle allocation est Pareto-efficace.</u>

Allocation Pareto-efficace = point où il y a égalité des TMS, autrement dit, point de tangence des courbes d'indifférence. En reliant les courbes d'indifférence on obtient la courbe des contrats.

Avec deux consommateurs et deux biens on peut représenter le fonctionnement de l'économie par un diagramme d'Edgeworth. Il s'agit d'un cas « habituel » (biens qui ne sont pas des substituts parfaits) :

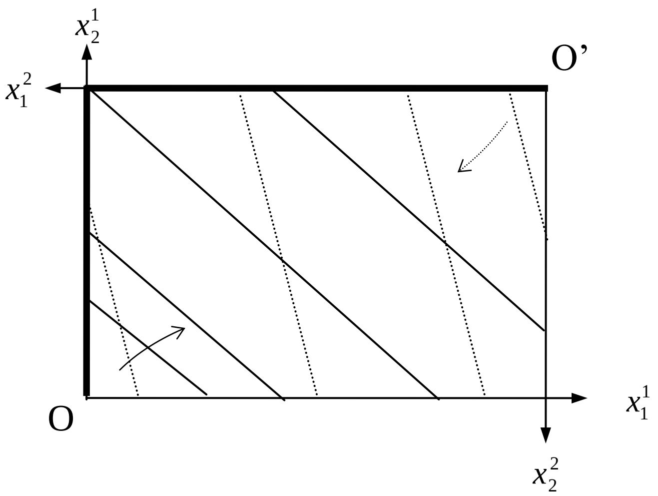




Les courbes d'indifférence des 2 consommateurs coïncident (sont tangentes) en chaque point du diagramme => Toute allocation est pareto-efficace

<u>**c.** Si le premier consommateur considère que les deux biens sont des substituts et le second qu'une unité du bien 1 vaut deux unités du bien 2, trouvez l'allocation Pareto-optimale.</u>

Consommateur 1 : les 2 biens sont des substituts parfaits
Consommateur 2 : $1x_1=2x_2$ (il valorise le bien 1 car il est prêt à céder deux unités de bien 2 pour avoir une unité de bien 1)



Les allocations Pareto-efficaces sont sur les bords de la boîte d'Edgeworth (en gras sur le graphique) (équilibres en coin). En ces points il n'est pas possible d'augmenter la satisfaction d'un agent sans diminuer celle de l'autre.

B. FIXATION DE L'IDEAL DE JUSTICE

Question 1.4.

1) Pourquoi est-il nécessaire de s'interroger sur la question de la justice sociale en économie publique normative ?
La définition d'une fonction de bien-être social permet de lever l'indétermination dans laquelle nous laisse l'application du critère de Pareto.

2) Quel dilemme méthodologique (difficulté) cela pose-t-il ?
Caractéristique un peu étrange de la démarche :

- Quand on recherche l'efficacité on retient le critère de Pareto, en partie du fait de l'hypothèse d'ordinalité et de non-comparabilité des utilités inter-individuelles (contrairement au critère de Bentham).
- Mais avec ce seul critère il y a indétermination de l'optimum à retenir. Pour être complet, il est nécessaire de définir l'allocation qui rend compte de la conception de la justice retenue par la société. Cela suppose que les utilités individuelles soient mesurables cardinalement et comparables (quand on parle d'équité, on ne peut pas échapper à la comparaison interpersonnelle des utilités).

3) La fonction de bien-être social :

- **Qu'est-ce qu'une fonction de bien-être social ?**

La fonction de bien-être social (W) est une fonction qui permet de classer différentes allocations sur base des seules préférences individuelles. Elle synthétise la théorie de la justice choisie par la société. La forme de cette fonction est la traduction mathématique de théories de la justice sociale développées notamment en philosophie politique.

- **Quelles propriétés ?**

<u>1ère : Welfarisme</u> (bien-être social) => l'utilité sert de critère de référence.
Les utilités individuelles sont considérées ici comme comparables et mesurables de façon cardinale (alors que dans la recherche d'efficacité au sens de Pareto, on retient les hypothèses d'ordinalité et de non-comparabilité).

<u>2ème : Les dérivées premières par rapport à U_i sont toutes positives</u> **(** $\frac{\delta W}{\delta U_i} > 0$ **).**

La fonction de bien-être social est croissante avec les utilités individuelles. Cette propriété traduit la bienveillance de l'observateur idéal. Elle signifie qu'un état de l'économie qui, par rapport à un autre, donne plus d'utilité à un individu sans réduire celle des autres, est considéré comme plus satisfaisant.

<u>3ème : Convexité des courbes d'indifférences.</u>
Globalement, cela traduit une préférence pour l'équité. Pour qu'une situation soit jugée aussi juste qu'une autre, il faut que la diminution du bien-être de celui qui était initialement le plus favorisé soit compensée par une augmentation au moins aussi forte en valeur absolue du bien-être de celui qui était le plus défavorisé.

<u>4ème : Anonymat</u>. L'identité de l'individu dont on étudie le niveau d'utilité ne compte pas. Si on permute les utilités de deux individus, on considérera que, d'un point de vue normatif, la

situation est inchangée. Graphiquement, cette propriété implique que les courbes d'indifférence sont symétriques par rapport à la bissectrice de l'angle droit.

- **Quels types de fonctions ?**

Forme générale = fonction de bien-être social de Bergson-Samuelson : $W=F(U_1, U_2, \ldots U_n)$

- La forme la plus fréquente : $W = \sum a_i U_i$

Dans ce cas, le bien-être collectif correspond à la somme pondérée des utilités individuelles.

- Une forme particulière, si on ne pondère pas les utilités : $W = \sum_i^n (U_i)$

Dans ce cas, le bien-être collectif correspond à la somme arithmétique des bonheurs individuels –> tous les individus ont le même poids au sein de la fonction de bien-être social. On retombe sur le critère développé par Bentham.

Fonction de bien-être de Rawls que l'on appelle aussi fonction de bien-être social minimax :

$$W=\min(U_1, U_2, \ldots U_n)$$

Cette fonction de bien-être indique que le bien-être social d'une allocation dépend uniquement du bien-être de l'individu qui a le niveau de satisfaction le plus bas, c'est-à-dire la personne avec l'utilité minimum.
Hypothèse de Rawls (théorie de la justice, 1971) : Les individus sont dans une situation d'ignorance. Ils ne savent pas quelle place ils occuperont dans la société. Ils sont donc amenés à s'imaginer dans la position de chacun des membres de la communauté. Quelles règles vont-ils adopter ? 2 principes :
- Principe de liberté
- Relatif à la justice : 1) Principe de différence (critère du maximin), 2) les positions sociales doivent être ouvertes à tous (égalité de chances).

Remarque : J. Généreux T.5 (1996, p.16) : « la théorie de la fonction de bien-être social n'est jamais à proprement parler une théorie de la justice. Elle ne pose pas la question de savoir ce qui est juste ou pas ».

Critiques : Sous certaines hypothèses, on peut aboutir au résultat que ce critère utilitariste, selon la conception de Bentham implique une conception égalitariste de la justice, sous forme d'une égalité stricte des revenus. Cependant, les hypothèses sont très restrictives :
- L'utilité est fonction du revenu uniquement
- L'utilité marginale du revenu est décroissante (une personne riche retire moins d'utilité d'un euro qu'une personne pauvre) => la société préfère généralement redistribuer ce dollar des riches vers les pauvres.
- Les individus sont identiques
- Il n'y a aucun coût d'efficacité lié à la redistribution,

=> La fonction de bien-être social est maximisée avec une distribution égalitaire du revenu.

Toutefois, le problème de la fonction de bien être à la Bentham est qu'elle ne prend pas en compte les pondérations d'individus. Seul le total des utilités compte. En fait il n'est pas vraiment question de justice car une répartition qui respecte la fonction de bien-être social est compatible avec des inégalités extrêmes.
Alors, dans la théorie de la fonction de bien-être social il n'est pas tant question de justice que de répondre à l'impératif d'indétermination laissée par Pareto.

Question 1.5.

Personne 1 et personne 2 sont les deux seuls résidents d'une économie. La personne i (où i est soit 1 soit 2) a la fonction d'utilité suivante : $U_i = (Y_i)^{\beta}$

Avec Y_i *le revenu de la personne* i *et* β *compris entre 0 et 1* => l'utilité dépend uniquement du revenu.

On suppose que la fonction de bien-être social est : $W = (U_1)^{\alpha}(U_2)^{\alpha}$ *,* α *compris entre 0 et 1.*

Initialement, le revenu de la personne 1 est $\overline{Y_1}$ *et le revenu de la personne 2 est* $\overline{Y_2}$ *.*

a. *Exprimez* W *en fonction de* Y_1 *et* Y_2*. Si une courbe d'indifférence sociale montre tous les couples* (Y_1, Y_2) *qui procurent la même valeur de* W*, à quoi ressemblerait une courbe d'indifférence sociale si on la dessinait dans le quadrant* (Y_1, Y_2) *? Trouvez une expression algébrique de la pente d'une courbe d'indifférence sociale.*

En remplaçant U_1 et U_2 par leur expression en fonction de Y_i dans W, on obtient :

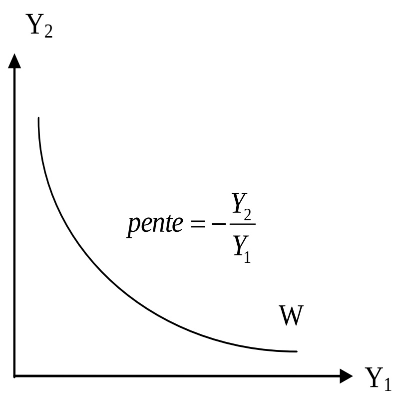
$W = ((Y_1)^{\beta})^{\alpha}((Y_2)^{\beta})^{\alpha} = (Y_1)^{\alpha\beta}(Y_2)^{\alpha\beta}$ En posant $\alpha\beta = \gamma$, $W = (Y_1)^{\gamma}(Y_2)^{\gamma}$

La pente des courbes d'indifférence sociale se calcule de la manière habituelle : (TMS)

$$pente(W) = -\frac{\frac{\partial W}{\partial Y_1}}{\frac{\partial W}{\partial Y_2}} = -\frac{\gamma(Y_1)^{\gamma-1}(Y_2)^{\gamma}}{\gamma(Y_2)^{\gamma-1}(Y_1)^{\gamma}} = -\frac{Y_2}{Y_1}$$

Les courbes d'indifférence ont une forme classique et sont asymptotiques aux deux axes.

Cela correspond à la décroissance du TMS et à la convexité des courbes d'indifférence en microéconomie du consommateur.

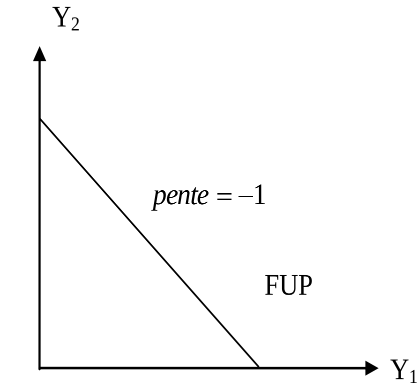


b. *Imaginez que la* ***redistribution*** *des revenus se fait* ***sans coût****, au sens où l'économie peut atteindre tout couple* (Y_1, Y_2) *qui satisfait la condition :* $Y_1 + Y_2 = \overline{Y_1} + \overline{Y_2}$

Dessinez un graphique des couples atteignables dans le quadrant (Y_1, Y_2)*. Cet ensemble de points est appelé « frontière des utilités possibles ». En utilisant cette frontière et les courbes d'indifférence sociale, trouvez la meilleure répartition des revenus atteignable. Montrez que cette répartition est la même pour toute répartition initiale satisfaisant la condition :* $\overline{Y_1} + \overline{Y_2} = \overline{Y}$ *où* $\overline{Y}$ *est une constante.*

Montrez que la meilleure répartition des revenus atteignable est l'égalité des revenus.

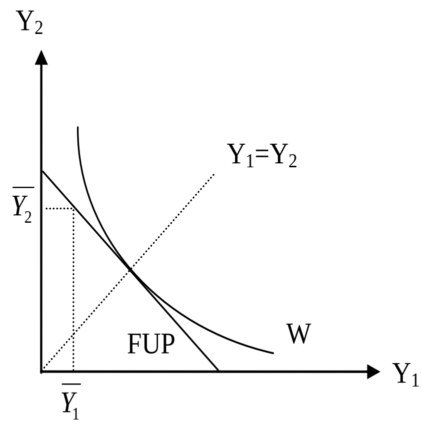
L'économie peut atteindre tout couple (Y_1, Y_2) tel que : $Y_1 + Y_2 = \overline{Y_1} + \overline{Y_2} = \overline{Y}$
On a donc : $Y_1 + Y_2 = \overline{Y}$ et la frontière des utilités possibles (FUP) a pour équation : $Y_2 = \overline{Y} - Y_1$. Il s'agit donc d'une droite de pente (-1).



La FUP montre l'ensemble des options offertes à la société et les courbes d'indifférence sociale montrent la manière dont la société classe ces options. La meilleure répartition du revenu est celle pour laquelle une des courbes d'indifférence sociale est tangente à la FUP car il s'agit de la répartition atteignable la plus valorisée par la société (toutes les autres répartitions possibles sont sur des courbes d'indifférence inférieures).
On sait que des courbes tangentes ont la même pente. Or, la FUP a une pente de (-1) en tout point. La courbe d'indifférence sociale doit donc avoir une pente de (-1) au point de tangence, c'est-à-dire : $-\frac{Y_2}{Y_1} = -1$ ou encore : $Y_1 = Y_2$.

Les revenus des deux individus sont donc égaux au point de tangence.

La FUP est la même pour toute paire $(\overline{Y_1}, \overline{Y_2})$ qui satisfait la condition : $\overline{Y_1} + \overline{Y_2} = \overline{Y}$. Ainsi, dans tous ces cas, la tangence entre la FUP et une courbe d'indifférence sociale se trouve au même point et la meilleure répartition des revenus est l'égalité des revenus.



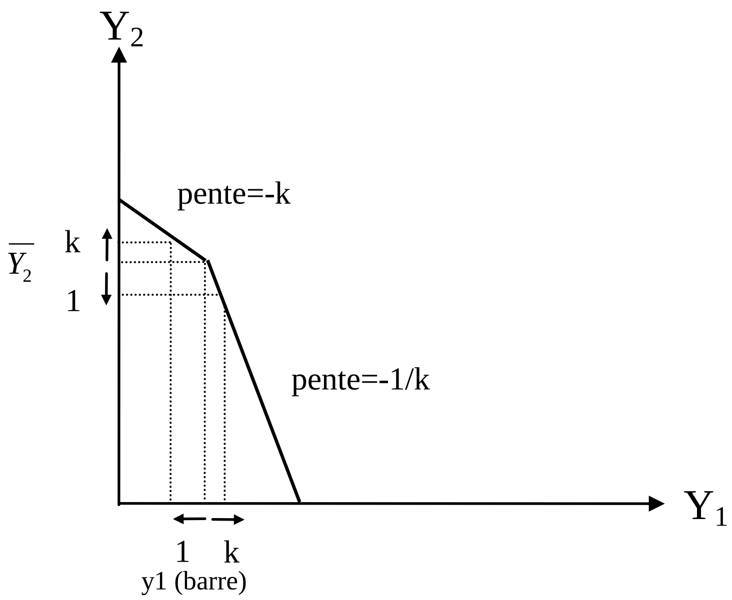
c. *Imaginez maintenant que la* ***<u>redistribution des revenus a un coût,</u>*** *au sens où retirer 1$ à une personne permet de donner k \$ à l'autre personne, avec $0 < k < 1$.*
Dessinez un graphique de la frontière des utilités possibles.

On a désormais une **FUP coudée au point de répartition initiale du revenu**.

Si on prend 1$ à 1, on donne k$ à 2 => la pente de la FUP avant le point $(\overline{Y_1})$ est donc : $-\frac{k}{1} = -k$

pente d'une droite = variation de y / variation de x

Si on prend 1$ à 2, on donne k$ à 1 => la pente de la FUP après le point $(\overline{Y_1})$ est donc : $-\frac{1}{k}$



Ensuite, on nous demande de déterminer l'optimum dans 3 cas différents :

i. $Si\ k \le \frac{\overline{Y_2}}{\overline{Y_1}} \le \frac{1}{k}$ *ii.* $Si\ \frac{\overline{Y_2}}{\overline{Y_1}} < k$ *i.* $Si\ \frac{\overline{Y_2}}{\overline{Y_1}} > \frac{1}{k}$

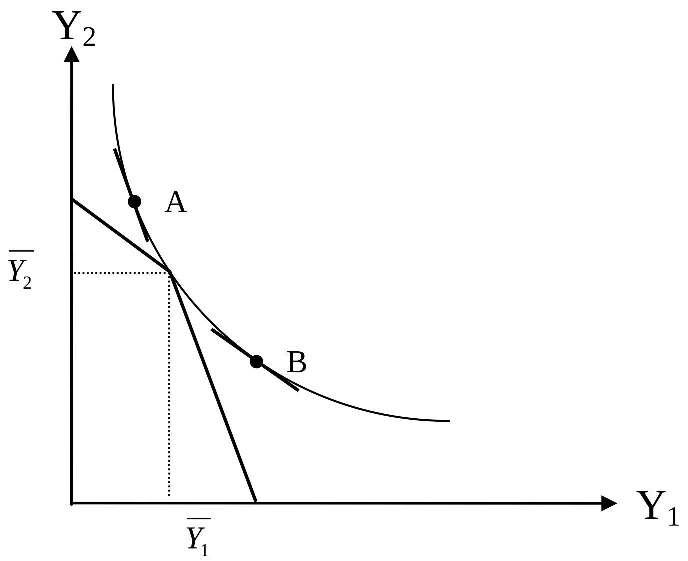
On va faire un graphique pour chaque situation. Ce qui ne change pas :
- Les courbes d'indifférence => on peut représenter à chaque fois la même courbe
- Les pentes des deux parties de la FUP

Par contre, **le point de dotation initiale change à chaque fois** => les 3 hypothèses qu'on nous donne dans l'énoncé définissent la pente de la courbe d'indifférence par rapport à k et 1/k, qui eux sont fixes. Or, **la pente de la courbe d'indifférence varie en chaque point** et plus précisément, **elle diminue quand on se déplace vers la droite** puisqu'elle est convexe.

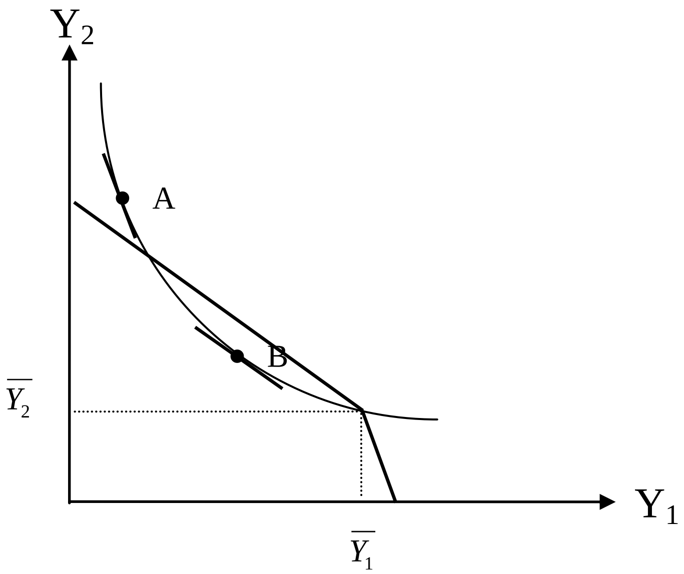
=> Conséquence : Pour chaque cas, **on place les dotations initiales à un point différent de la courbe d'indifférence => un peu comme s'il fallait découper la courbe d'indifférence en 3 segments qui vont correspondre chacun à 1 des hypothèses présentées**.

i. $k \le \frac{\overline{Y_2}}{\overline{Y_1}} \le \frac{1}{k}$ => point de dotation initiale situé entre A et B

On ne peut **pas trouver de courbe d'indifférence plus élevée tout en respectant la FUP** => la meilleure politique est de **ne rien faire** (pas de redistribution, on reste au point de dotation initiale).



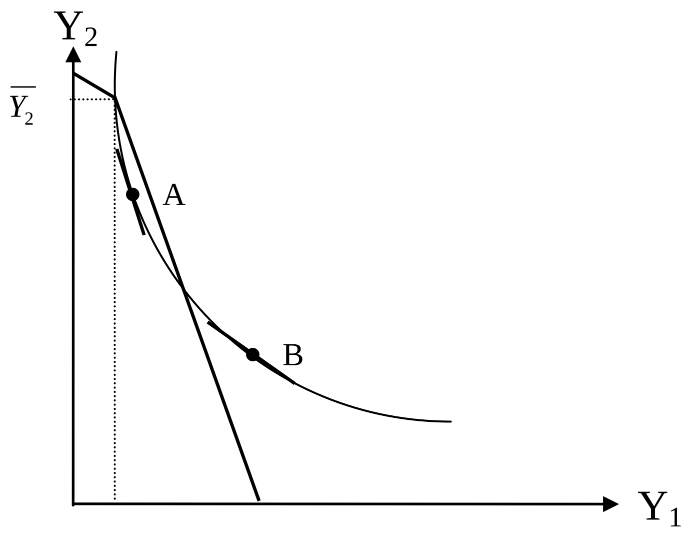
ii. $\frac{\overline{Y_2}}{\overline{Y_1}} < k$ => point de dotation initiale situé à droite de B



On peut trouver une courbe d'indifférence plus élevée tout en respectant la FUP. Il s'agira d'une courbe d'indifférence tangente à la FUP sur sa partie gauche, ayant pour pente (-k). Le point d'équilibre se trouvera au point d'égalité : $\frac{Y_2}{Y_1} = k$, soit $Y_2 = kY_1$.

La redistribution mène à plus d'égalité. Situation initiale : Y1 > Y2. La redistribution déplace le point d'équilibre sur la courbe d'indifférence, vers la gauche => on prend à l'individu 1 pour donner à l'individu 2. On s'arrête au point où $Y_2 = kY_1$=> pas égalité parfaite, car k<1, mais situation plus égalitaire qu'au départ.

iii. $\frac{\overline{Y_2}}{\overline{Y_1}} > \frac{1}{k}$ => point de dotation initiale situé à gauche de A



On peut trouver une courbe d'indifférence plus élevée tout en respectant la FUP. Il s'agira d'une courbe d'indifférence tangente à la FUP sur sa partie droite, ayant pour pente (-1/k). Le point d'équilibre se trouvera au point d'égalité : $\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{1}{k}$, soit $Y_1 = kY_2$.

Idem que précédemment mais à l'envers :
Situation initiale : Y2 > Y1. La redistribution déplace le point d'équilibre sur la courbe d'indifférence, vers la droite => on prend à l'individu 2 pour donner à l'individu 1. On s'arrête au point où $Y_1 = kY_2$=> pas égalité parfaite, car k<1, mais situation plus égalitaire qu'au départ.