

Exercice 1 (11 points)

Considérons une économie d'échange comprenant deux consommateurs (1 et 2) et deux biens (X et Y).

Les préférences des consommateurs sont représentées par les fonctions d'utilités suivantes :

$$U_1 = 4 X_1^{3/4} Y_1^{1/4}$$

$$U_2 = 3 X_2^{1/3} Y_2^{2/3}$$

X_i et Y_i désignent la consommation de biens X et Y par l'individu i , avec $i = (1,2)$.

On suppose que les quantités disponibles de biens X et Y sont respectivement 14 et 8.

- a) Définissez ce qu'est une allocation optimale au sens de Pareto. En quoi la définition de Pareto diffère-t-elle de l'approche de Bentham ? (2 points)

Voir fiche de lecture du TD1

- b) A partir des données de l'énoncé, écrivez le programme de maximisation du consommateur 1, respectant les conditions de l'optimum de Pareto. (2 points)

$$\text{Max } U_1 = 4 X_1^{3/4} Y_1^{1/4}$$

s.c₁ $\bar{U}_2 = U_2$
 s.c₂ $\bar{X} = X_1 + X_2$
 s.c₃ $\bar{Y} = Y_1 + Y_2$

- c) Déterminez et tracez la courbe des contrats. (3 points)

$$\text{TMS}_1 = \text{TMS}_2$$

(Directement ou via le lagrangien)

Lagrangien

$$L = 4 X_1^{3/4} Y_1^{1/4} + \gamma \left(3 X_2^{1/3} Y_2^{2/3} - \bar{U}_2 \right) + \mu_1 (14 - X_1 - X_2) + \mu_2 (8 - Y_1 - Y_2)$$

Condition de premier ordre :

$$\frac{dL}{dX_1} = 4 * \frac{3}{4} (X_1)^{-1/4} (Y_1)^{1/4} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{dL}{dY_1} = 4 * \frac{1}{4} (Y_1)^{-3/4} (X_1)^{3/4} - \mu_2 = 0$$

$$\frac{dL}{dX_2} = \gamma \frac{1}{3} (X_2)^{-2/3} (Y_2)^{2/3} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{dL}{dY_2} = \gamma \frac{2}{3} * 3 (Y_2)^{-1/3} (X_2)^{1/3} - \mu_2 = 0$$

$$\frac{dL}{d\mu_1} = 14 - X_1 - X_2 = 0$$

$$\frac{dL}{d\mu_2} = 8 - Y_1 - Y_2 = 0$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{3 \left(\frac{Y_1}{X_1} \right)^{1/4}}{\left(\frac{X_1}{Y_1} \right)^{3/4}} = \frac{\gamma \left(\frac{Y_2}{X_2} \right)^{2/3}}{2\gamma \left(\frac{X_2}{Y_2} \right)^{1/3}}$$

$$\frac{3Y_1}{X_1} = \frac{Y_2}{2X_2}$$

$$TMS_1 = TMS_2$$

Utilisation de la contrainte budgétaire :

$$X_2 = 14 - X_1$$

$$Y_2 = 8 - Y_1$$

$$\frac{3Y_1}{X_1} = \frac{Y_2}{2X_2} = \frac{8 - Y_1}{2(14 - X_1)}$$

$$3Y_1 (28 - 2X_1) = X_1 (8 - Y_1)$$

$$84Y_1 - 6Y_1X_1 = 8X_1 + Y_1X_1$$

$$Y_1 (84 - 6X_1 + X_1) = 8X_1$$

Courbe des contrats :

$$Y_1 = \frac{8X_1}{(84 - 5X_1)}$$

Pour la tracer :

- Définir des points :

Si $X_1 = 0$; $Y_1 = 0$

Si $X_1 = 14$; $Y_1 = 8$

Si $X_1 = 4$; $Y_1 = 1/2$

- Définir la forme de la courbe :

$$\frac{dY_1}{dX_1} = \frac{672}{(84 - 5X_1)^2} > 0 \text{ Croissante}$$

$$\frac{d^2Y_1}{dX_1^2} = \frac{6720}{(84 - 5X_1)^3} > 0 \text{ Convexe}$$

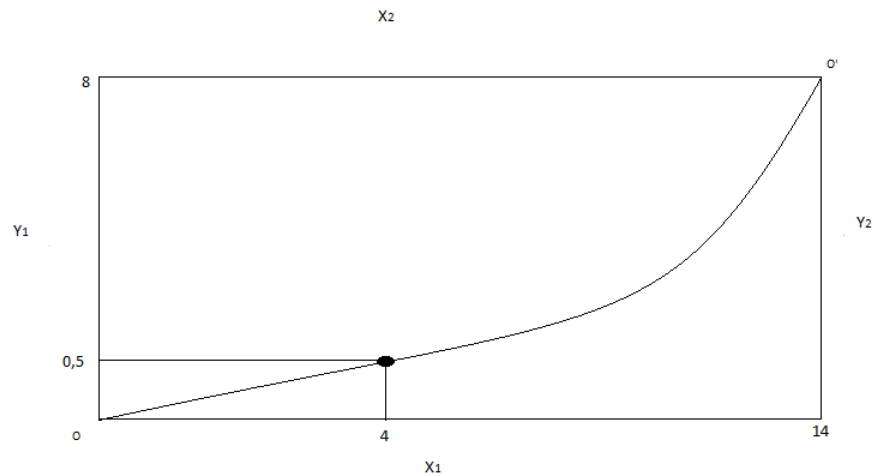


Diagramme d'Edgeworth

- d) On suppose que les ressources initiales en biens X et Y détenues par les consommateurs 1 et 2 sont respectivement :

$$W_1 = (4, 1/2) \text{ et } W_2 = (10, 15/2)$$

Déterminez le rapport des prix $q = \frac{p_Y}{p_X}$ ainsi que les quantités consommées par les individus au point d'équilibre. (3 points)

$$\text{Max } U_1 = 4 X_1^{3/4} Y_1^{1/4}$$
$$\text{s.c. } p_X X_1 + p_Y Y_1 = 4p_X + \frac{1}{2}p_Y$$

$$\text{TMS}_1 = \frac{3Y_1}{X_1} = \frac{p_X}{p_Y} = \frac{1}{q}$$

Utilisation de la contrainte budgétaire pour exprimer X_1 en fonction de Y_1 :

$$X_1 = 4 + \frac{1}{2}q - qY_1$$

Intégration dans l'égalité entre TMS et rapport des prix

$$\frac{3Y_1}{4 + \frac{1}{2}q - qY_1} = \frac{1}{q}$$

$$3Y_1 = \frac{4}{q} + \frac{1}{2} - Y_1$$

$$4Y_1 = \frac{4}{q} + \frac{1}{2}$$

$$Y_1 = \frac{1}{q} + \frac{1}{8}$$

En remplaçant Y_1 par son expression en fonction de q dans la contrainte budgétaire :

$$X_1 = 3 + \frac{3q}{8}$$

$$\text{Max } U_2 = 3 X_2^{1/3} Y_2^{2/3}$$

$$\text{s.c. } p_X X_2 + p_Y Y_2 = 10 p_X + \frac{1}{2} p_Y$$

$$\text{TMS}_2 = \frac{Y_2}{2X_2} = \frac{p_X}{p_Y} = \frac{1}{q}$$

Utilisation de la contrainte budgétaire pour exprimer X_2 en fonction de Y_2 :

$$X_2 = 10 + \frac{15}{2}q - qY_2$$

Intégration dans l'égalité entre TMS et rapport des prix

$$\frac{Y_2}{10 + \frac{15}{2}q - qY_2} = \frac{1}{q}$$

$$Y_2 = \frac{20}{q} + \frac{30}{2} - 2Y_2$$

$$3Y_2 = \frac{20}{q} + 15$$

$$Y_2 = \frac{20}{3q} + 5$$

Et donc

$$X_2 = \frac{10}{3} + \frac{5}{2}q$$

Utilisation des quantités de biens disponibles dans l'économie :

$$X_1 + X_2 = 14$$
$$3 + \frac{3q}{8} + \frac{10}{3} + \frac{5}{2}q = 14$$

$$\frac{23}{8}q = \frac{23}{3}$$

$$q = \frac{8}{3}$$

Quantités d'équilibre

$$Y_1 = \frac{1}{8/3} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

$$X_1 = 3 + \frac{3(8/3)}{8} = 4$$

$$Y_2 = \frac{20}{3(8/3)} + 5 = \frac{15}{2}$$

$$X_2 = \frac{10}{3} + \frac{5}{2}(8/3) = 10$$

e) Vérifiez que l'équilibre obtenu dans la question c) est un optimum de Pareto. (1 point)

Pour cela, il faut utiliser l'équation de la courbe des contrats et y intégrer les quantités d'équilibre. Si l'équation est vérifiée alors l'équilibre est un optimum de Pareto (1^{er} théorème du bien-être, voir fiche de lecture).

$$Y_1 = \frac{8X_1}{(84 - 5X_1)}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{8 * 4}{(84 - 5 * 4)}$$

Exercice 2 (4 points)

Un certain nombre d'entreprises se sont installées dans la partie ouest d'une ville, après que les habitants ont investi la partie est. Le même produit sort de toutes ces entreprises et le processus de production émet des fumées nocives qui affectent les résidents de la commune.

a) Pourquoi existe-t-il une externalité du fait des entreprises ? (1 points)

Les entreprises, via leurs productions, diminuent le bien-être des habitants. La production diminue la qualité de l'air et cette baisse du surplus n'est pas prise en compte dans les prix pratiqués par les firmes ($p=C_m$). Cette production induit donc une externalité négative.

b) Pensez-vous que des négociations privées puissent résoudre le problème ? (S'inspirer d'un théorème) (2 points)

Théorème de Coase :

Quand les droits de propriétés sont parfaitement définis, que les coûts de négociation sont nuls et que l'information est parfaite, alors les négociations entre l'agent qui génère l'externalité et l'agent qui en est affecté (positivement ou négativement) permettent d'atteindre l'optimum social de production/consommation du bien (grâce à un accord mutuellement avantageux).

Dans cet exemple, les coûts de négociations/ transactions ne seront pas nuls du fait de la présence d'une multitude d'entreprises et de particuliers.

De plus, l'attribution « droits à l'air pur/ à polluer » des problèmes éthiques.

Enfin, la difficulté d'identification de l'ensemble des individus touchés par l'externalité négative est une autre limite à l'application du théorème de Coase.

c) Comment peut-on déterminer le niveau socialement optimal pour la qualité de l'air ? (1 points)

Egalisation du Coût marginal de dépollution (ou non pollution) et du Bénéfice marginale de cette action.

Question de cours (5 points)

Pourquoi se fonder sur l'analyse du surplus pour étudier l'efficacité d'une politique publique ?

On se fonde sur l'analyse du surplus pour étudier l'efficacité d'une politique économique car l'analyse du surplus permet la mise en oeuvre du critère de Hicks-Kaldor (« un état y est socialement préférable à un état x lorsque les individus qui gagnent à ce changement de x à y peuvent compenser les perdants et conserver malgré tout un gain »), qui est préféré au critère de Pareto pour évaluer les décisions publiques, ce dernier étant trop exigeant (suppose l'unanimité et risque donc d'aboutir à de nombreux blocages).

De manière générale, le surplus mesure les gains de l'échange. Développé par Jules Dupuit, le concept de surplus du consommateur mesure le bénéfice que les individus tirent de leur consommation.

Plus précisément, il s'agit de la différence entre ce qu'ils seraient prêts à payer (valeur qu'ils accordent à leur consommation) et ce qu'ils payent effectivement. De manière symétrique, le surplus du producteur mesure le bénéfice dégagé par la production d'un bien. Il s'agit de la différence entre les prix auxquels le producteur était prêt à vendre le bien et le prix obtenu (le prix d'équilibre), ce qui correspond aussi au profit dégagé.

L'évaluation d'un projet ou d'une politique publique suppose de mesurer les variations de surplus qu'il engendre pour chaque type d'agent touché par la politique et la politique sera considérée comme souhaitable si la somme des gains (variations de surplus positives) excède

celle des coûts (variations de surplus négatives et coût de mise en oeuvre de la politique). Ce critère est compatible avec la logique Hicks-Kaldor grâce au principe de compensation : si le surplus global est positif, cela signifie que les gagnants sont en mesure de dédommager les perdants tout en conservant un gain net. Il est donc théoriquement possible d'opérer des transferts compensatoires entre les agents de manière à ce que le bilan avantages-coûts de chaque individu soit positif. Mais il ne faut pas effectuer ces compensations car elles seraient distorsives.