TD 7 : PRODUCTION OPTIMALE DE BIENS COLLECTIFS

<u>Question 7.1.</u> Passager clandestin.

Il y a trois consommateurs d'un bien collectif. Les demandes sont ainsi établies :

$P_1 = 50 - G$

$P_2 = 110 - G$

$P_3 = 150 - G$

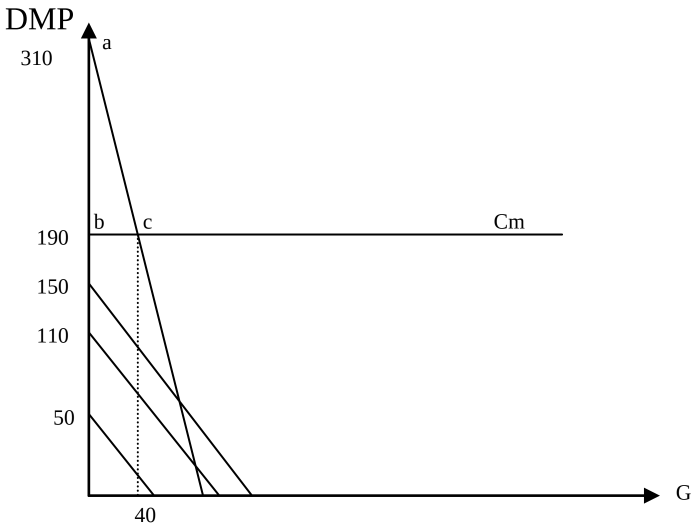
où G mesure le nombre d'unité de biens et P, le prix en dollars. Le coût marginal du bien collectif est de 190$.

<u>a. Quel est le niveau optimal de production du bien collectif ?</u>

Somme des dispositions marginales à payer :

$\sum$DMP = P_1+P_2+P_3 = 50 – G + 110 – G + 150 – G = 310 – 3G

Au niveau optimal de production, on a :
$\sum$DMP = Cm, soit : 310 – 3G = 190
⇔ G = 40



<u>b. Pourquoi le bien collectif peut ne pas être produit du fait du problème du passager clandestin ?</u>

Problème de free-riding (ou passager clandestin) lié à la caractéristique de non-excludabilité des biens collectifs => impossibilité d'exclure de l'usage un utilisateur, même s'il ne contribue pas au financement du bien.

Olson (1965) : Un passager clandestin est un utilisateur d'un bien, d'un service ou d'une ressource, qui ne paie pas le « juste » prix de son utilisation (< DMP).

- ⇨ Risque de sous-production (ou de sur-consommation dans le cas des ressources naturelles) => Problème d'incitation à produire : Les entrepreneurs savent qu'ils auront du mal à se faire payer puisqu'ils n'ont aucun moyen de priver d'utilisation les agents qui ne rémunèrent pas leurs services. Les consommateurs sont peu enclins à payer puisque rien ne les y oblige. Ils attendent que le bien soit produit sans s'engager, ni payer, puisqu'une fois produit, ils peuvent de toute façon en profiter librement.

Comme tout le monde raisonne comme ça, personne ne paye et le bien collectif n'est pas produit (en tout cas sous-produit).

<u>c. Si le bien collectif n'est pas produit, quelle est la perte sèche engendrée par l'imperfection du marché ?</u>

Bénéfice du bien collectif = Perte sèche = aire du triangle abc = $\frac{1}{2} \times 40 \times (310 - 190) = 2400$

<u>Question 7.2.</u> Bonnie and Clyde. *La ville de Springfield a été frappée par une vague d'attaques à mains armées sans précédent dans l'histoire de la ville. En réponse à cette vague de crime, un nouveau département de police a été créé. La ville a deux résidents, Bonnie et Clyde. Chacun des habitants possède une fonction d'utilité qui dépend de sa consommation de cigarette* X *et de la présence policière* M *et qui a la forme suivante* $U = 2\log(X) + \log(M)$. *Le nombre total de policiers dans la ville* M *se compose de la quantité voulue par Bonnie et de celle voulue par Clyde* $M = M_B + M_C$*.Clyde et Bonnie ont un revenu de 100. Le prix d'une cigarette et d'un policier est fixé à 1. Le nombre de policiers est compris entre 0 et 100.*

<u>a. Combien de policiers seront engagés si le gouvernement n'intervient pas ? Combien sont rémunérés par Bonnie ? Clyde ?</u>

<u>Programme de Bonnie :</u>

Max $U = 2\log(x_B) + \log(M_B + M_C)$

s.c. $x_B + M_B = 100$ puisque le prix de chacun est fixé à 1.

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_B = 100 - M_B$

Et $U = 2\log(100 - M_B) + \log(M_B + M_C)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_B

$$\frac{dU}{dM_B} = \frac{-2}{100 - M_B} + \frac{1}{M_B + M_C} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{100 - M_B} = \frac{1}{M_B + M_C}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2(M_B + M_C) = 100 - M_B \quad \Leftrightarrow \quad 3M_B = 100 - 2M_C \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{M_B = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_C}$$

=> Fonction de réaction de Bonnie

Puisque le problème est symétrique, la fonction de réaction de Clyde est : $\boxed{M_C = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_B}$

En combinant les 2, on obtient : $M_B = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_C = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}(\frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_B)$

D'où : $M_B = \frac{100}{3} - \frac{200}{9} + \frac{4}{9}M_B \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5}{9}M_B = \frac{100}{9} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{M_B = 20}$

Et de la même façon : $\boxed{M_C = 20}$

Conclusion : si le gouvernement n'intervient pas, 40 policiers seront engagés. 20 seront rémunérés par Bonnie et 20 par Clyde.

<u>b. Quel est l'optimum social ? Si votre réponse diffère de celle donnée à la question précédente, expliquez pourquoi.</u>

Pour trouver l'optimum social, on utilise la condition BLS : ΣTMSi=p1/p2 ⇔ $\frac{p_M}{p_x} = 1$

$$TMS_B = \frac{\partial U / \partial M}{\partial U / \partial x_B} = \frac{1/M}{2/x_B} = \frac{x_B}{2M} \quad \text{et} \quad TMS_C = \frac{x_C}{2M} \quad \Rightarrow \quad \sum TMS = \frac{x_B + x_C}{2M} = 1 \qquad (1)$$

D'autre part, on a la contrainte budgétaire suivante : $x_B + x_C + M = 200$,
Soit : $x_B + x_C = 200 - M$ (2)

(2) dans (1) => $\frac{200-M}{2M} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 3M = 200 \quad \Leftrightarrow \quad M \approx 66.7 \quad > 40$

À l'optimum social, la quantité de bien collectif produit est supérieure à la quantité produite spontanément par les 2 agents. Si on laisse le marché fonctionner librement, il y a sous-production. Cela s'explique par le fait que la sécurité est un bien non-excludable et non-rival.

<u>c. Supposons que le gouvernement ne se satisfasse pas de la demande privée et décide de fournir 10 policiers. Il taxe de manière équivalente Bonnie et Clyde qui peuvent néanmoins engager des policiers supplémentaires s'ils le désirent. Quel sera le nombre total de policiers engagés ? Comparez avec la question a). Est-on parvenu à l'optimum social ?</u>

<u>Programme de Bonnie :</u>
Max $U = 2\log(x_B) + \log(M_B + M_C + 10)$
s.c. $x_B + M_B = 95$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_B = 95 - M_B$
Et $U = 2\log(95 - M_B) + \log(M_B + M_C + 10)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_B :

$$\frac{dU}{dM_B} = \frac{-2}{95 - M_B} + \frac{1}{M_B + M_C + 10} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{95 - M_B} = \frac{1}{M_B + M_C + 10}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2(M_B + M_C + 10) = 95 - M_B \quad \Leftrightarrow \quad 3M_B = 75 - 2M_C \Leftrightarrow \quad \boxed{M_B = 25 - \frac{2}{3}M_C}$$

Puisque le problème est symétrique, la fonction de réaction de Clyde est : $\boxed{M_C = 25 - \frac{2}{3}M_B}$

En combinant les 2, on obtient : $M_B = 25 - \frac{2}{3}M_C = 25 - \frac{2}{3}(25 - \frac{2}{3}M_B)$

D'où : $M_B = \frac{75}{3} - \frac{50}{3} + \frac{4}{9}M_B \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5}{9}M_B = \frac{25}{3} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{M_B = 15}$

Et de la même façon : $\boxed{M_C = 15}$

<u>Conclusion</u> : le nombre total de policiers engagés sera de 15+15+10=40, soit le même nombre qu'en a).Les policiers engagés par le gouvernement sont en nombre inférieur à ce que souhaitent Bonnie et Clyde sans intervention. La taxe est simplement intégrée dans leur calcul, chacun finançant les 15 policiers supplémentaires pour aboutir à la quantité voulue par chacun d'eux.

d. Supposons que le gouvernement décide d'imposer la présence de 35 policiers. Il taxe Bonnie pour 10 et Clyde pour 25. Quel sera le nombre total de policiers engagés ? Combien le seront par Bonnie ? Par Clyde ? Comparez avec la situation précédente. Discutez de l'optimalité de la mesure.

Le problème n'est plus symétrique.

Programme de Bonnie :

Max $U = 2\log(x_B) + \log(M_B + M_C + 35)$

s.c. $x_B + M_B = 90$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_B = 90 - M_B$

Et $U = 2\log(90 - M_B) + \log(M_B + M_C + 35)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_B

$$\frac{dU}{dM_B} = \frac{-2}{90 - M_B} + \frac{1}{M_B + M_C + 35} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{90 - M_B} = \frac{1}{M_B + M_C + 35}$$

$$\Leftrightarrow \; 2(M_B + M_C + 35) = 90 - M_B \quad \Leftrightarrow \quad 3M_B = 20 - 2M_C \quad \Leftrightarrow \boxed{M_B = \frac{20}{3} - \frac{2}{3}M_C}$$

Programme de Clyde :

Max $U = 2\log(x_C) + \log(M_B + M_C + 35)$

s.c. $x_C + M_C = 75$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_C = 75 - M_C$

Et $U = 2\log(75 - M_C) + \log(M_B + M_C + 35)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_C

$$\frac{dU}{dM_C} = \frac{-2}{75 - M_C} + \frac{1}{M_B + M_C + 35} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{75 - M_C} = \frac{1}{M_B + M_C + 35}$$

$$\Leftrightarrow \; 2(M_B + M_C + 35) = 75 - M_C \quad \Leftrightarrow \quad 3M_C = 5 - 2M_B \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{M_C = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}M_B}$$

En combinant les 2, on obtient :

$$M_c = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}M_B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}\left(\frac{20}{3} - \frac{2}{3}M_C\right) \quad \Leftrightarrow \quad M_C = -\frac{25}{9} + \frac{4}{9}M_C$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{5}{9}M_C = -\frac{25}{9} \quad \Leftrightarrow \quad M_C = -\frac{25}{5} = -5$$

Clyde considère qu'il y a trop de policiers.

On fixe Mc à 0. D'où : $M_B = \frac{20}{3}$ et $M = \frac{20}{3} + 35 = \frac{125}{3} \approx 41.7$

Le nombre de policiers total est supérieur à la situation précédente car Clyde doit payer plus qu'il ne voudrait. Mais le niveau est loin de l'optimum car Bonnie peut « free-rider » et ne financer que 20/3+10 au lieu de 20.

<u>Question 7.3.</u> Le free riding.

Une île est touchée par le chikungunya. La campagne de « démoustication » nécessite un traitement d'une valeur de 100 euros par unité de décontamination. La population de l'île s'élève à 2 habitants dont la disposition à payer pour lutter contre le « chik » s'élève à 80 euros par unité de décontamination. On suppose qu'en l'absence de traitement, le bien être des habitants est nul.

<u>a. Ecrire ce problème sous forme de matrice des jeux.</u>

Si personne ne paye => bien-être des habitants nul => (0.0)
Si un seul paye, il supporte tout le coût (100) et chacun a un bénéfice de 80 (chacun bénéficie de l'unité produite, même celui qui n'a pas payé) => celui qui paye a (80-100=-20) et l'autre a (80)
Si les 2 participent, ils payent chacun 100 et ont un bénéfice de 2*80=160 (car 2 unités de décontamination au total et chacun profite des 2) => 160-100=60

D'où la matrice des jeux :

		A	
		Paye	Ne paye pas
B	Paye	(60 ; 60)	(80 ; -20)
	Ne paye pas	(-20 ; 80)	(0 ; 0)

<u>b. Trouver les équilibres de Nash de ce jeu. Qu'en concluez-vous ?</u>

Équilibres de Nash
Joueur A : Lorsque B paye, A a intérêt à ne pas payer.
Lorsque B ne paye pas, A a intérêt à ne pas payer.
=> « ne pas payer » est la stratégie dominante de A.

Joueur B : idem

D'où l'équilibre de Nash : (ne pas payer ; ne pas payer) => (0 ; 0) => le bien public n'est pas fourni. Or ce n'est pas la meilleure situation possible : (60 ; 60) = optimum

<u>c. Comment est modifiée la matrice de ce jeu si la contribution demandée à chaque individu est ramenée à 50 euros ? Trouvez l'équilibre de Nash du nouveau jeu.</u>

Si personne ne paye => bien-être des habitants nul => (0.0)
Si un seul paye, il supporte tout le coût (50) et chacun a un bénéfice de 80 (chacun bénéficie de l'unité produite, même celui qui n'a pas payé) => celui qui paye a (80-50=30) et l'autre a (80)
Si les 2 participent, ils payent chacun 50 et ont un bénéfice de 2*80=160 (car 2 unités de décontamination) => 160-50=110

D'où la matrice des jeux :

		A	
		Paye	Ne paye pas
B	Paye	(110 ; 110)	(80 ; 30)
	Ne paye pas	(30 ; 80)	(0 ; 0)

Nouvel équilibre de Nash : (110 ; 110) les 2 payent.
Comme le prix est inférieur au bénéfice retiré, ils ont toujours intérêt à payer.

d. Le produit n'est maintenant efficace que si 2 unités sont fournies (avec une seule unité, les moustiques résistent). Comment est modifiée la matrice des jeux ? Trouvez les équilibres de Nash. Lequel vous semble le plus probable ?

Nouvelle condition : pour être efficace, il faut impérativement 2 unités de produits (une seule unité est inefficace et rapporte un gain nul), et le gain de chaque individu est alors 80.
Si personne ne paye => bien-être des habitants nul => (0.0)
Si un seul paye, il supporte tout le coût (50) et c'est inefficace => celui qui paye a (-50) et l'autre a (0)
Si les 2 participent, ils payent chacun 50 et ont un bénéfice de 80 => 80-50=30

D'où la matrice des jeux :

		A	
		Paye	Ne paye pas
B	Paye	(30 ; 30)	(0 ; -50)
	Ne paye pas	(-50 ; 0)	(0 ; 0)

Équilibres de Nash du nouveau jeu :
Joueur A : Lorsque B paye, A a intérêt à payer.
Lorsque B ne paye pas, A a intérêt à ne pas payer.

Joueur B : idem

=> 2 équilibres de Nash : (0 ; 0) et (30 ; 30)

(30 ; 30) semble le plus probable. Il subsiste un risque de perdre 50 euros, mais le plus probable est qu'on va s'orienter vers la coopération. D'autant plus probable si on est dans un jeu répété, puisqu'une forme de confiance peut s'établir. Stratégie du donnant-donnant.